

実施日：_____年 _____月 _____日 _____年 _____組 _____番 氏名_____

1 次の文章は命題について述べたものである．文章中の **ア** ～ **キ** に当てはまる適切な語句を答えよ．

命題が正しい場合，その命題は **ア** であるといい，正しくない場合は **イ** であるという．
命題「 $p \implies q$ 」において， p は満たすが q を満たさないような例を **ウ** という．
命題「 $p \implies q$ 」が真の場合， p は q であるための **エ** であり， q は p であるための **オ** である．
命題「 $p \implies q$ 」に対して，命題「 $\bar{q} \implies \bar{p}$ 」をもとの命題の **カ** という．
命題とその **カ** は真偽が一致する．
ある命題に対して，その結論が成り立たないと仮定し，矛盾が導かれることを示すことにより， もとの命題が成り立つことを証明する方法を **キ** という．

2 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$ を全体集合とする． U の部分集合 A, B を

$$A = \{2, 3, 5, 7, 9, 10\}, \quad B = \{1, 5, 6, 9, 12\}$$

とするととき，次の集合を求めよ．

- (1) $A \cap B$
- (2) $\overline{A} \cap B$
- (3) $\overline{A \cap B}$
- (4) $\overline{A} \cup \overline{B}$
- (5) $\overline{\overline{A} \cup \overline{B}}$

3 実数全体を全体集合とし，その2つの部分集合を

$$A = \{x \mid x + 2 > 0\}, \quad B = \{x \mid |x - 1| \leq 3\}$$

とするととき，次の集合を求めよ．

- (1) $A \cap B$
- (2) $A \cup \overline{B}$
- (3) $\overline{A \cup B}$

4 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18\}$ を全体集合とする． U の部分集合 A, B, C を

$$A = \{n \mid n \text{ は18 の正の約数}\}, \quad B = \{n \mid n \text{ は奇数}\}, \\ C = \{n \mid n \text{ は12 の正の約数}\}$$

とするととき，次の集合を求めよ．

- (1) $A \cap B \cap C$
- (2) $(A \cup B) \cap C$
- (3) $(A \cap C) \cup (B \cap C)$
- (4) $\overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C}$

5 次の命題の真偽を述べよ。また、偽のときは具体的な反例を挙げよ。ただし、 x, y は実数とする。

- (1) $x - y = 0$ ならば、 $x = y = 0$
- (2) $x^2 + y^2 = 0$ ならば、 $x = y = 0$
- (3) xy が有理数ならば、 x, y はともに有理数である。
- (4) $\triangle ABC$ が二等辺三角形ならば、 $\angle A = \angle C$

6 次の に最も適するものを、(i)～(iv) から選べ。ただし、 x, y は実数とする。

- (1) $x = 3$ は、 $x^2 < 20$ であるための .
- (2) $x + y > 12$ は、 $x > 6$ かつ $y > 6$ であるための .

- (i) 必要条件であるが十分条件ではない
- (ii) 十分条件であるが必要条件ではない
- (iii) 必要十分条件である
- (iv) 必要条件でも十分条件でもない

7 次の問いに答えよ。ただし、 x は実数とする。

- (1) 条件 $0 \leq x < 5$ の否定を述べよ。
- (2) 条件「 $x = 0$ または $x = 2$ 」の否定を述べよ。
- (3) 命題「ある整数 k について、 $k^2 = 3k$ 」の否定を述べよ。また、もとの命題とその否定の真偽を答えよ。
- (4) 命題「 $x = -3$ ならば、 $x^2 = 9$ 」の対偶を述べよ。また、その真偽を答えよ。

8 次の命題を証明せよ。ただし、 a, b, c は整数とする。

$a^2 + b^2 + c^2$ が偶数ならば、 a, b, c のうち少なくとも1つは偶数である。

9 次の問いに答えよ。

- (1) $\sqrt{3}$ は無理数であることを証明せよ。
- (2) $\sqrt{3}$ は無理数であることを用いて、 $\sqrt{3} - 1$ が無理数であることを証明せよ。