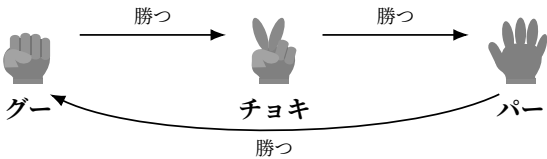


数学 A 共通テスト対策問題【CTA-02-Q/v1.0】目標時間：12 分

複数人で行うじゃんけんについて考える．1 回のじゃんけんでは，各参加者がグー，チョキ，パーのいずれか一つを同時に出す．グーはチョキに勝ち，チョキはパーに勝ち，パーはグーに勝つ．出された手がちょうど 2 種類であるときは勝敗が決まり，勝つ手を出した参加者をその回の勝者とする．全員が同じ手を出したとき，または 3 種類の手がすべて出たときはあいことし，その回の勝者はいないものとする．

各回のじゃんけんにおいて，各参加者は，グー，チョキ，パーをそれぞれ $\frac{1}{3}$ の確率で出す．また，各参加者が各回に出す手は，すべて互いに独立であるものとする．なお，最終的な答えが分数となる場合は，既約分数で答えよ．

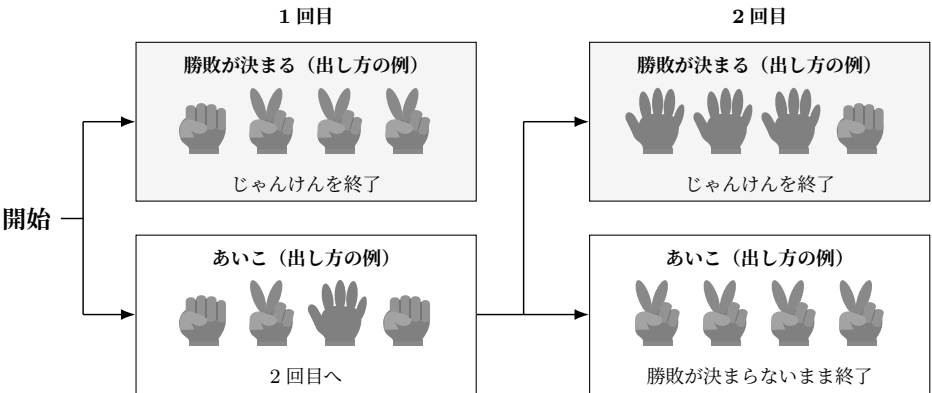


- (1) まず，A，B，C の 3 人で 1 回のじゃんけんを行う場合を考える．3 人の手の出し方は，1 人につき 3 通りあるので，全部で 27 通りである．勝者がちょうど 1 人となる出し方は，勝つ手を 3 種類から選び，その手を出す 1 人を 3 人から選ぶことによって定まる．したがって，そのような出し方は ア 通りであり，その確率は $\frac{\text{ア}}{27}$ ，すなわち $\frac{\text{イ}}{\text{ウ}}$ となる．
- (2) 次に，A，B，C，D の 4 人で行うじゃんけんについて考える．
- (i) まず，4 人でじゃんけんを 1 回行う場合を考える．4 人の手の出し方は，1 人につき 3 通りあるので，全部で 81 通りである．勝者がちょうど 1 人となる出し方は エオ 通りであり，その確率は $\frac{\text{エオ}}{81}$ ，すなわち $\frac{\text{カ}}{\text{キク}}$ となる．
- 次に，勝者がちょうど 2 人となる場合を考える．その確率は $\frac{\text{ケ}}{\text{コ}}$ となる．
- さらに，4 人で 1 回のじゃんけんを行うとき，勝敗が決まる確率は $\frac{\text{サシ}}{\text{スセ}}$ となる．
- (ii) ここで，次のルールに従ってじゃんけんを行う．

ルール あいこでなければ，その回で勝敗が決まり，じゃんけんを終了する．1 回目がいいこであれば，同じ 4 人で 2 回目のじゃんけんを行う．2 回目もあいこであれば，勝敗が決まらないまま終了する．

このルールのもとで，2 回以内に勝敗が決まる確率は $\frac{\text{ソタチ}}{\text{ツテト}}$ となる．また，2 回以内に勝敗が決

まったという条件のもとで，勝敗が決まった回の勝者がちょうど 2 人である確率は $\frac{\text{ナ}}{\text{ニ}}$ となる．

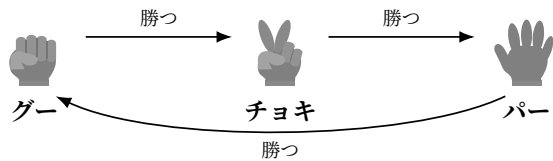


計算欄：

	解答欄										
	－	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8 9
ア	⊖	⊕	0	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧ ⑨
イ	⊖	⊕	0	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧ ⑨
ウ	⊖	⊕	0	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧ ⑨
エ	⊖	⊕	0	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧ ⑨
オ	⊖	⊕	0	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧ ⑨
カ	⊖	⊕	0	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧ ⑨
キ	⊖	⊕	0	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧ ⑨
ク	⊖	⊕	0	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧ ⑨
ケ	⊖	⊕	0	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧ ⑨
コ	⊖	⊕	0	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧ ⑨
サ	⊖	⊕	0	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧ ⑨
シ	⊖	⊕	0	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧ ⑨
ス	⊖	⊕	0	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧ ⑨
セ	⊖	⊕	0	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧ ⑨
ソ	⊖	⊕	0	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧ ⑨
タ	⊖	⊕	0	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧ ⑨
チ	⊖	⊕	0	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧ ⑨
ツ	⊖	⊕	0	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧ ⑨
テ	⊖	⊕	0	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧ ⑨
ト	⊖	⊕	0	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧ ⑨
ナ	⊖	⊕	0	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧ ⑨
ニ	⊖	⊕	0	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧ ⑨

複数人で行うじゃんけんについて考える．1 回のじゃんけんでは，各参加者がグー，チョキ，パーのいずれか一つを同時に出す．グーはチョキに勝ち，チョキはパーに勝ち，パーはグーに勝つ．出された手がちょうど 2 種類であるときは勝敗が決まり，勝つ手を出した参加者をその回の勝者とする．全員が同じ手を出したとき，または 3 種類の手がすべて出たときはあいことし，その回の勝者はいないものとする．

各回のじゃんけんにおいて，各参加者は，グー，チョキ，パーをそれぞれ $\frac{1}{3}$ の確率で出す．また，各参加者が各回に出す手は，すべて互いに独立であるものとする．なお，最終的な答えが分数となる場合は，既約分数で答えよ．

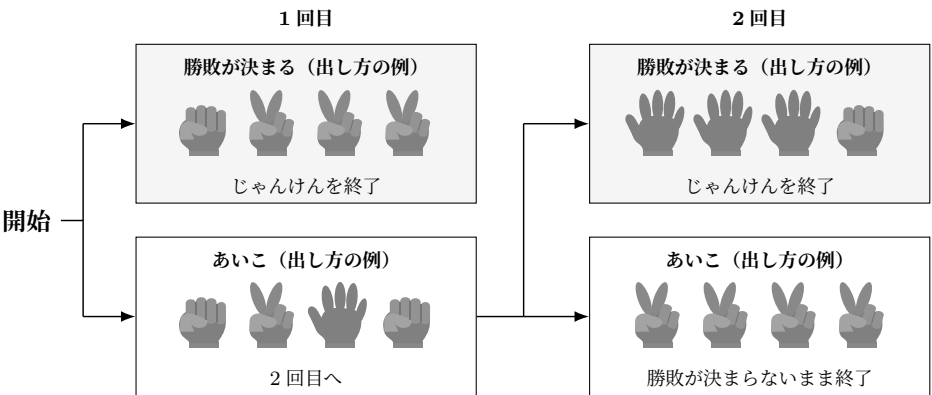


- (1) まず，A，B，C の 3 人で 1 回のじゃんけんを行う場合を考える．3 人の手の出し方は，1 人につき 3 通りあるので，全部で 27 通りである．勝者がちょうど 1 人となる出し方は，勝つ手を 3 種類から選び，その手を出す 1 人を 3 人から選ぶことによって定まる．したがって，そのような出し方は ア 通りであり，その確率は $\frac{\text{ア}}{27}$ ，すなわち イ
ウ となる．
- (2) 次に，A，B，C，D の 4 人で行うじゃんけんについて考える．
- (i) まず，4 人でじゃんけんを 1 回行う場合を考える．4 人の手の出し方は，1 人につき 3 通りあるので，全部で 81 通りである．勝者がちょうど 1 人となる出し方は エオ 通りであり，その確率は $\frac{\text{エオ}}{81}$ ，すなわち カ
キク となる．
- 次に，勝者がちょうど 2 人となる場合を考える．その確率は ケ
コ となる．
- さらに，4 人で 1 回のじゃんけんを行うとき，勝敗が決まる確率は サシ
スセ となる．
- (ii) ここで，次のルールに従ってじゃんけんを行う．

ルール

あいこでなければ，その回で勝敗が決まり，じゃんけんを終了する．1 回目がいっこであれば，同じ 4 人で 2 回目のじゃんけんを行う．2 回目もあいこであれば，勝敗が決まらないまま終了する．

このルールのもとで，2 回以内に勝敗が決まる確率は ソタチ
ツテト となる．また，2 回以内に勝敗が決まったという条件のもとで，勝敗が決まった回の勝者がちょうど 2 人である確率は ナ
ニ となる．



解答例：

- (1) 3 人で 1 回のじゃんけんを行う場合，勝者がちょうど 1 人となるには，まず，勝つ手を 3 種類から選ぶ．その手を出す 1 人を 3 人から選ぶと，残りの 2 人は，その手に負ける手を出すことになる．
- よって，残りの 2 人の手は決まり，
- $$3 \times {}_3C_1 = 3 \times 3 = \text{ア} \text{ (通り)}$$
- また，その確率は，

$$\frac{9}{3^3} = \frac{9}{27} = \frac{1}{3} \text{ ア}$$

- (2)(i) 4 人で 1 回のじゃんけんを行う場合に，勝者がちょうど 1 人となる手の出し方を数える．勝つ手を 3 種類から選び，その手を出す 1 人を 4 人から選ばばよいので，
- $$3 \times {}_4C_1 = 3 \times 4 = \text{エオ} \text{ (通り)}$$

したがって，勝者がちょうど 1 人となる確率は，

$$\frac{12}{3^4} = \frac{12}{81} = \frac{4}{27} \text{ カ}$$

次に，勝者がちょうど 2 人となる手の出し方を数える．勝つ手を 3 種類から選び，その手を出す 2 人を 4 人から選ばばよいので，

$$3 \times {}_4C_2 = 3 \times 6 = 18 \text{ (通り)}$$

したがって，勝者がちょうど 2 人となる確率は，

$$\frac{18}{3^4} = \frac{18}{81} = \frac{2}{9} \text{ ケ}$$

1 回のじゃんけんでは勝敗が決まるのは，勝者が 1 人，2 人，3 人のいずれかの場合に当たる．勝者がちょうど 3 人となる場合は，勝つ手を 3 種類から選び，その手を出す 3 人を 4 人から選ばばよいので，

$$3 \times {}_4C_3 = 12 \text{ (通り)}$$

よって，勝敗が決まる出し方は，

$$12 + 18 + 12 = 42 \text{ (通り)}$$

したがって，1 回のじゃんけんでは勝敗が決まる確率は，

$$\frac{42}{81} = \frac{14}{27} \text{ サシ}$$

- (ii) 次に，このルールのもとで，2 回以内に勝敗が決まる確率を求める．1 回のじゃんけんではあいこになる確率は，

$$1 - \frac{14}{27} = \frac{13}{27}$$

2 回以内に勝敗が決まるのは，1 回目であいこでない場合，または 1 回目がいっこで 2 回目がいっこでない場合に限られる．

したがって，2 回以内に勝敗が決まる確率は，

$$\frac{14}{27} + \frac{13}{27} \cdot \frac{14}{27} = \frac{378 + 182}{729} = \frac{560}{729} \text{ ソタチ}$$

2 回以内に勝敗が決まり，勝敗が決まった回の勝者がちょうど 2 人となるのは，1 回目では勝者がちょうど 2 人となる場合，または 1 回目がいっこで 2 回目の勝者がちょうど 2 人となる場合に限られる．

したがって，その確率は，

$$\frac{2}{9} + \frac{13}{27} \cdot \frac{2}{9} = \frac{80}{243}$$

よって，2 回以内に勝敗が決まったという条件のもとで，勝敗が決まった回の勝者がちょうど 2 人である確率は，

$$\frac{\frac{80}{243}}{\frac{560}{729}} = \frac{240}{560} = \frac{3}{7} \text{ ナ}$$

	解答欄											
	－	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ア	⊖	⊕	0	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
イ	⊖	⊕	0	❶	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
ウ	⊖	⊕	0	①	②	❷	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
エ	⊖	⊕	0	❶	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
オ	⊖	⊕	0	①	❷	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
カ	⊖	⊕	0	①	②	③	❹	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
キ	⊖	⊕	0	①	❷	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
ク	⊖	⊕	0	①	②	③	④	⑤	⑥	❷	⑧	⑨
ケ	⊖	⊕	0	①	❷	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
コ	⊖	⊕	0	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
サ	⊖	⊕	0	❶	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
シ	⊖	⊕	0	①	②	③	❹	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
ス	⊖	⊕	0	①	❷	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
セ	⊖	⊕	0	①	②	③	④	⑤	⑥	❷	⑧	⑨
ソ	⊖	⊕	0	①	②	③	④	❷	⑥	⑦	⑧	⑨
タ	⊖	⊕	0	①	②	③	④	⑤	❸	⑦	⑧	⑨
チ	⊖	⊕	❶	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
ツ	⊖	⊕	0	①	②	③	④	⑤	⑥	❷	⑧	⑨
テ	⊖	⊕	0	①	❷	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
ト	⊖	⊕	0	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
ナ	⊖	⊕	0	①	②	❸	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
ニ	⊖	⊕	0	①	②	③	④	⑤	⑥	❷	⑧	⑨

問題番号	解答記号	正解	配点
(1)	ア	9	1
	イ	$\frac{1}{3}$	2
	ウ		
(2) (i)	エオ	12	1
	カ キク	$\frac{4}{27}$	2
	ケ コ	$\frac{2}{9}$	2
	サシ スセ	$\frac{14}{27}$	2
	ソタチ ツテト	$\frac{560}{729}$	2
(ii)	ナ ニ	$\frac{3}{7}$	3