

放課後，太郎さんと花子さんは，授業で学んだ命題の内容を復習しながら，真偽や反例，逆・対偶について話している．2 人の会話を読むにあたって，必要ならば $\sqrt{2}$ が無理数であることを用いてよい．なお，

イ

，

ウ

 は解答の順序を問わない．

- m, n は整数， a, b は実数とする．
- 命題 A： m, n がともに偶数ならば， $m + n$ は偶数である．
- 命題 B： a, b がともに無理数ならば， $a + b$ と ab の少なくとも一方は無理数である．
- 命題 C： ab が無理数ならば， a, b の少なくとも一方は無理数である．

太郎： まず，命題 A から確認してみよう．命題 A は，偶数どうしの和についての命題だね．偶数どうしの和は偶数だから，命題 A は真であるといえるね．

花子： そこは大丈夫そうだね．命題 A の逆も確認してみようか．命題 A の逆は，
「 $m + n$ が偶数ならば， m, n はともに偶数である」
だね．そして，この場合の反例は， $m + n$ は偶数であるが， m, n の少なくとも一方が偶数ではない例だね．

太郎： そうだね．この逆については，反例があるかどうかを具体的に考えると，

ア

と判断できるね．

花子： 次に，命題 B は，命題 A の偶数の話とは違って，無理数どうしの和や積についての命題だね．

太郎： 命題 A のように偶数どうしなら，和だけでなく積も偶数だよね．一見すると， $a + b$ と ab の少なくとも一方は無理数であるように見えるね．反例を探すなら， a, b はともに無理数だけれど， $a + b$ も ab も有理数であるような例を探せばいいかな．

花子： そうだね．命題 B の反例の具体例としては

イ

，

ウ

 があげられるね．これで命題 B は偽であると判断できるね．

太郎： なるほど．無理数どうしでは， $a + b$ と ab の少なくとも一方が必ず無理数であるとは限らないんだね．命題 A と形が似ていても，同じように真であるとは限らないんだね．

花子： うん．最後に，命題 C では，逆と対偶を確認しておこう．命題 C の逆は

エ

，対偶は

オ

 だね．以上を踏まえて考えると， ab が無理数であることは， a, b の少なくとも一方が無理数であるための

カ

 と判断できるね．

ア

 の解答群

- ☐ 真である ☐ 偽である

イ

，

ウ

 の解答群（解答の順序は問わない）

- ☐ $a = 2, b = 3$ ☐ $a = \sqrt{2}, b = 1$ ☐ $a = \sqrt{2}, b = 1 - \sqrt{2}$
☐ $a = \sqrt{2}, b = -\sqrt{2}$ ☐ $a = \sqrt{2} + 1, b = \sqrt{2} - 1$ ☐ $a = 1 + \sqrt{2}, b = 1 - \sqrt{2}$

エ

，

オ

 の解答群

- ☐ 「 a, b の少なくとも一方が有理数ならば， ab は有理数である」
☐ 「 a, b の少なくとも一方が無理数ならば， ab は無理数である」
☐ 「 a, b がともに有理数ならば， ab は有理数である」
☐ 「 a, b がともに無理数ならば， ab は無理数である」
☐ 「 ab が有理数ならば， a, b がともに有理数である」
☐ 「 ab が無理数ならば， a, b がともに無理数である」

カ

 の解答群

- ☐ 必要条件であるが十分条件ではない ☐ 十分条件であるが必要条件ではない
☐ 必要十分条件である ☐ 必要条件でも十分条件でもない

実施日： _____ 年 _____ 月 _____ 日 _____ 年 _____ 組 _____ 番 氏名 _____

計算欄：

	解答欄												
	－	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
ア	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	
イ	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	
ウ	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	
エ	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	
オ	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	
カ	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	



数学Ⅰ共通テスト対策問題 (解答)【CTI-02-QA/v1.0】

目標時間：8分

放課後，太郎さんと花子さんは，授業で学んだ命題の内容を復習しながら，真偽や反例，逆・対偶について話している．2人の会話を読むにあたって，必要ならば $\sqrt{2}$ が無理数であることを用いてよい．なお，

イ

，

ウ

は解答の順序を問わない．

m, n は整数， a, b は実数とする．

命題 A： m, n がともに偶数ならば， $m + n$ は偶数である．

命題 B： a, b がともに無理数ならば， $a + b$ と ab の少なくとも一方は無理数である．

命題 C： ab が無理数ならば， a, b の少なくとも一方は無理数である．

太郎： まず，命題 A から確認してみよう．命題 A は，偶数どうしの和についての命題だね．偶数どうしの和は偶数だから，命題 A は真であるといえるね．

花子： そこは大丈夫そうだね．命題 A の逆も確認してみようか．命題 A の逆は，
「 $m + n$ が偶数ならば， m, n はともに偶数である」
だね．そして，この場合の反例は， $m + n$ は偶数であるが， m, n の少なくとも一方が偶数ではない例だね．

太郎： そうだね．この逆については，反例があるかどうかを具体的に考えると，

ア

と判断できるね．

花子： 次に，命題 B は，命題 A の偶数の話とは違って，無理数どうしの和や積についての命題だね．

太郎： 命題 A のように偶数どうしなら，和だけでなく積も偶数だよな．一見すると， $a + b$ と ab の少なくとも一方は無理数であるように見えるね．反例を探すなら， a, b はともに無理数だけれど， $a + b$ も ab も有理数であるような例を探せばいいかな．

花子： そうだね．命題 B の反例の具体例としては

イ

，

ウ

 があげられるね．これで命題 B は偽であると判断できるね．

太郎： なるほど．無理数どうしでは， $a + b$ と ab の少なくとも一方が必ず無理数であるとは限らないんだね．命題 A と形が似ていても，同じように真であるとは限らないんだね．

花子： うん．最後に，命題 C では，逆と対偶を確認しておこう．命題 C の逆は

エ

，対偶は

オ

 だね．以上を踏まえて考えると， ab が無理数であることは， a, b の少なくとも一方が無理数であるための

カ

 と判断できるね．

ア

の解答群

② 真である ① 偽である

イ

，

ウ

の解答群（解答の順序は問わない）

② $a = 2, b = 3$ ① $a = \sqrt{2}, b = 1$ ② $a = \sqrt{2}, b = 1 - \sqrt{2}$
③ $a = \sqrt{2}, b = -\sqrt{2}$ ④ $a = \sqrt{2} + 1, b = \sqrt{2} - 1$ ⑤ $a = 1 + \sqrt{2}, b = 1 - \sqrt{2}$

エ

，

オ

の解答群

② 「 a, b の少なくとも一方が有理数ならば， ab は有理数である」
① 「 a, b の少なくとも一方が無理数ならば， ab は無理数である」
② 「 a, b がともに有理数ならば， ab は有理数である」
③ 「 a, b がともに無理数ならば， ab は無理数である」
④ 「 ab が有理数ならば， a, b がともに有理数である」
⑤ 「 ab が無理数ならば， a, b がともに無理数である」

カ

の解答群

② 必要条件であるが十分条件ではない ① 十分条件であるが必要条件ではない
② 必要十分条件である ③ 必要条件でも十分条件でもない

実施日： _____ 年 _____ 月 _____ 日 _____ 年 _____ 組 _____ 番 氏名 _____

解答例：

命題 A は，偶数どうしの和が偶数であることから真である．次に，命題 A の逆の真偽について考える．命題 A の逆は，
 $m + n$ が偶数ならば， m, n はともに偶数である

である．この逆の反例は， $m + n$ は偶数で， m, n の少なくとも一方が偶数ではないものである．奇数どうしの和は偶数であるから，そのような反例は存在する．したがって，命題 A の逆は偽である．
よって，

ア

は，解答群では ①

ア

 である．
命題 B では，

a, b がともに無理数ならば， $a + b$ と ab の少なくとも一方は無理数である
を考える．この命題の反例は，

a, b はともに無理数で， $a + b$ も ab も有理数
となるものである．選択肢を調べるときは， $-\sqrt{2}$ ， $1 + \sqrt{2}$ ， $1 - \sqrt{2}$ がいずれも無理数であることを用いる．これは， $\sqrt{2}$ が無理数であることからわかる．

選択肢 ③ では，

$$a = \sqrt{2}, \quad b = -\sqrt{2}$$

であり， a, b はともに無理数であるが，
 $a + b = \sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$ ， $ab = \sqrt{2} \cdot (-\sqrt{2}) = -2$

となる．したがって，これは命題 B の反例である．
また，選択肢 ⑤ では，

$$a = 1 + \sqrt{2}, \quad b = 1 - \sqrt{2}$$

であり， a, b はともに無理数であるが，
 $a + b = (1 + \sqrt{2}) + (1 - \sqrt{2}) = 2$ ， $ab = (1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2}) = -1$

となる．したがって，これも命題 B の反例である．
よって，

イ

，

ウ

は，解答群では ③

イ

，⑤

ウ

 である．

ただし，イ，ウは解答の順序を問わない．これにより，命題 B は偽であるとわかる．
命題 C

ab が無理数ならば， a, b の少なくとも一方は無理数である

の逆は，

a, b の少なくとも一方が無理数ならば， ab は無理数である

である．よって，

エ

は，解答群では ①

エ

 である．
次に対偶を考える．「 a, b の少なくとも一方は無理数である」の否定は，「 a, b はともに有理数である」である．また，「 ab が無理数である」の否定は，「 ab は有理数である」である．したがって対偶は，
 a, b がともに有理数ならば， ab は有理数である

である．よって，

オ

は，解答群では ②

オ

 である．
この対偶は真であるから，命題 C も真である．一方， $a = \sqrt{2}$ ， $b = \sqrt{2}$ とすると， a, b はともに無理数であるが，
 $ab = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2$

であり， ab は無理数ではない．したがって，逆は成り立たない．
よって， ab が無理数であることは，「 a, b の少なくとも一方が無理数である」ための十分条件であるが必要条件ではない．
したがって，

カ

は，解答群では ①

カ

 である．

