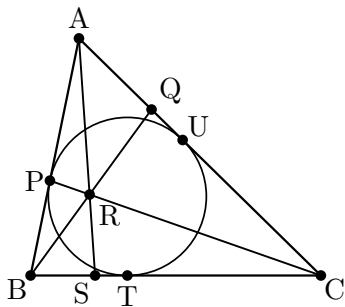


数学 A 共通テスト対策問題【CTA-03-Q/v1.0】

目標時間：10 分

太郎さんと花子さんは、三角形の内接円の接点を利用し、線分比や面積比について調べている。 $\triangle ABC$ の内接円と辺 AB, AC, BC との接点を、それぞれ P, U, T とする。また、 $AP : PB = 3 : 2$ 、 $AU : UC = 3 : 4$ とする。辺 AC 上で、点 A と点 C の間に点 Q をとる。線分 BQ と線分 CP との交点を R とし、直線 AR と辺 BC との交点を S とする。



以下、比は最も簡単な整数の比で答えよ。なお、図は点の定め方を示す模式図であり、点の並び順を含め、図中の点 Q, R, S の位置は、各小問の条件における位置を正確に表したものではない。

(1) はじめに、点 Q と点 U が一致する場合を考える。

太郎：点 Q を接点 U に重ねると、線分 BQ, CP は、それぞれ内接円の接点を通るね。このとき、直線 AR は残りの接点 T を通るのかな。

花子：点 S と点 T が辺 BC を分ける比をそれぞれ求めて比べれば、確かめられそうだね。

太郎：同じ点から内接円に引いた接線の長さは等しいね。あとは、3 直線 AS, BQ, CP が点 R で交わることを使えそうだね。

このとき、

$$BT : TC = \boxed{\text{ア}} : \boxed{\text{イ}}, \quad BS : SC = \boxed{\text{ウ}} : \boxed{\text{エ}}$$

である。したがって、辺 BC 上における点 S と点 T の位置関係について、最も適当なものは $\boxed{\text{オ}}$ である。

$\boxed{\text{オ}}$ の解答群

① 点 S と点 T は一致する

② 点 T は点 S より点 B に近い

③ 点 S と点 T の位置関係は決まらない

① 点 S は点 T より点 B に近い

(2) 引き続き、点 Q と点 U が一致する場合を考える。二人は、点 R を共通の頂点にもつ二つの三角形の面積に注目した。

太郎：このとき、 $\triangle CQR$ と $\triangle BPR$ の面積は、どのような比になるのかな。

花子：点 R が線分 BQ, CP を分ける比が分かれば、面積そのものを求めずに比べられそうだね。

二つの比 $BR : RQ, CR : RP$ の組み合わせとして正しいものは $\boxed{\text{カ}}$ である。

したがって、 $\triangle CQR$ の面積は、 $\triangle BPR$ の面積の $\frac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ 倍である。

$\boxed{\text{カ}}$ の解答群

	①	②	③	④	⑤	
BR : RQ	7 : 6	6 : 7	7 : 6	6 : 7	7 : 6	6 : 7
CR : RP	2 : 1	2 : 1	10 : 3	10 : 3	13 : 3	13 : 3

(3) 最後に、二人は点 Q の位置を変えて、直線 AR について調べることにした。点 Q を $AQ : QC = 2 : 1$ となる位置に移し、この点 Q に対して点 R, S を定め直す。

太郎：このとき、直線 AR は接点 T を通るのかな。

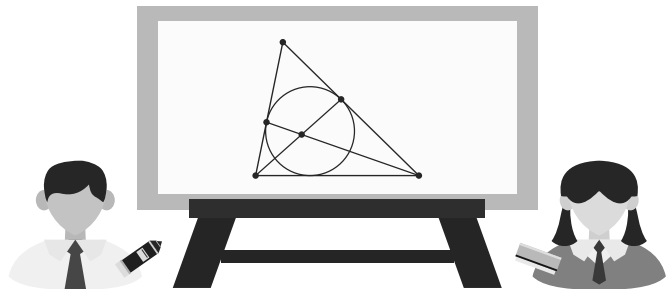
花子：このときの点 S と接点 T がそれぞれ辺 BC を分ける比を比べれば、確かめられそうだね。

このとき、 $BS : SC = \boxed{\text{コ}} : \boxed{\text{サ}}$ である。この比を、接点 T が辺 BC を分ける比と比べると、点 S と点 T は一致しない。したがって、直線 AR は接点 T を通らない。

実施日： _____ 年 _____ 月 _____ 日 _____ 年 _____ 組 _____ 番 氏名 _____

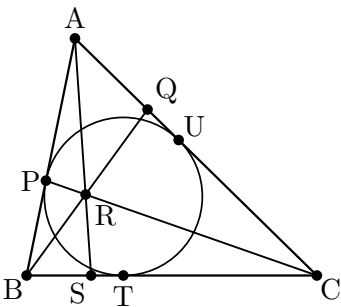
計算欄：

	解答欄											
	-	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ア	⊖	⊕	0	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
イ	⊖	⊕	0	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
ウ	⊖	⊕	0	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
エ	⊖	⊕	0	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
オ	⊖	⊕	0	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
カ	⊖	⊕	0	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
キ	⊖	⊕	0	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
ク	⊖	⊕	0	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
ケ	⊖	⊕	0	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
コ	⊖	⊕	0	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
サ	⊖	⊕	0	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨



数学 A 共通テスト対策問題（解答）【CTA-03-QA/v1.0】
目標時間：10 分

太郎さんと花子さんは、三角形の内接円の接点を利用し、線分比や面積比について調べている。△ABC の内接円と辺 AB, AC, BC との接点を、それぞれ P, U, T とする。また, AP : PB = 3 : 2, AU : UC = 3 : 4 とする。辺 AC 上で、点 A と点 C の間に点 Q をとる。線分 BQ と線分 CP との交点を R とし、直線 AR と辺 BC との交点を S とする。



(1) はじめに、点 Q と点 U が一致する場合を考える。

太郎：点 Q を接点 U に重ねると、線分 BQ, CP は、それぞれ内接円の接点を通るね。このとき、直線 AR は残りの接点 Tを通るのかな。

花子：点 S と点 T が辺 BC を分ける比をそれぞれ求めて比べれば、確かめられそうだね。

太郎：同じ点から内接円に引いた接線の長さは等しいね。あとは、3 直線 AS, BQ, CP が点 R で交わることを使えそうだね。

このとき、

BT : TC = ア : イ, BS : SC = ウ : エ

である。したがって、辺 BC 上における点 S と点 T の位置関係について、最も適当なものは オ である。

オ の解答群

① 点 S と点 T は一致する ① 点 S は点 T より点 B に近い

② 点 T は点 S より点 B に近い ③ 点 S と点 T の位置関係は決まらない

(2) 引き続き、点 Q と点 U が一致する場合を考える。二人は、点 R を共通の頂点にもつ二つの三角形の面積に注目した。

太郎：このとき、△CQR と △BPR の面積は、どのような比になるのかな。

花子：点 R が線分 BQ, CP を分ける比が分かれば、面積そのものを求めずに比べられそうだね。

二つの比 BR : RQ, CR : RP の組み合わせとして正しいものは カ である。

したがって、△CQR の面積は、△BPR の面積の キク ケ 倍である。

カ の解答群		①	②	③	④	⑤
BR : RQ	7 : 6	6 : 7	7 : 6	6 : 7	7 : 6	6 : 7
CR : RP	2 : 1	2 : 1	10 : 3	10 : 3	13 : 3	13 : 3

(3) 最後に、二人は点 Q の位置を変えて、直線 AR について調べることにした。点 Q を AQ : QC = 2 : 1 となる位置に移し、この点 Q に対して点 R, S を定め直す。

太郎：このとき、直線 AR は接点 Tを通るのかな。

花子：このときの点 S と接点 T がそれぞれ辺 BC を分ける比を比べれば、確かめられそうだね。

このとき、BS : SC = コ : サ である。この比を、接点 T が辺 BC を分ける比と比べると、点 S と点 T は一致しない。したがって、直線 AR は接点 T を通らない。

実施日： 年 月 日 年 組 番 氏名

解答例：

(1) AP : PB = 3 : 2, AU : UC = 3 : 4 である。

また、同じ点から円に引いた接線の長さは等しいから、

AP = AU, PB = BT, UC = CT

である。したがって、BT : TC = PB : UC = 1 : 2

点 Q と点 U が一致するとき、3 直線 AS, BQ, CP は点 R で交わるから、チェバの定理より、

3/2 * BS/SC * 4/3 = 1

であるから、BS : SC = 1 : 2

点 S, T はともに辺 BC 上で、点 B と点 C の間にあり、辺 BC を 1 : 2 に内分する点は一意に定まる。

点 S と点 T は一致するから、解答群では、 ① オ である。

(2) △ABQ と直線 PC について、メネラウスの定理を用いると、

3/2 * BR/RQ * 4/7 = 1, BR : RQ = 7 : 6

である。同様に、△ACP と直線 BQ について、

3/4 * CR/RP * 2/5 = 1, CR : RP = 10 : 3

である。したがって、解答群の中で正しい組み合わせは ② カ である。

△CQR と △PQR は点 Q から直線 CP への高さが共通であり、△PQR と △BPR は点 P から直線 BQ への高さが共通であるから、

△CQRの面積 / △BPRの面積 = CR/RP * RQ/BR = 10/3 * 6/7 = 20/7

(3) チェバの定理より、

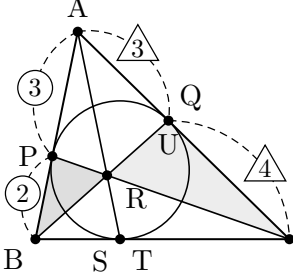
3/2 * BS/SC * 1/2 = 1

であるから、BS : SC = 4 : 3

(1) より BT : TC = 1 : 2 であるから、点 S と点 T は一致しない。

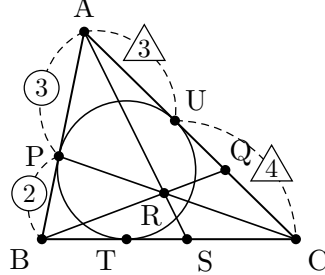
したがって、直線 AR は接点 T を通らない。

(1), (2)



BR : RQ = 7 : 6
CR : RP = 10 : 3
BT : TC = BS : SC = 1 : 2

(3)



AQ : QC = 2 : 1
BT : TC = 1 : 2
BS : SC = 4 : 3

	解答欄
	- ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
ア	⊖ ⊕ 0 ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
イ	⊖ ⊕ 0 ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ウ	⊖ ⊕ 0 ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
エ	⊖ ⊕ 0 ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
オ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
カ	⊖ ⊕ 0 ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
キ	⊖ ⊕ 0 ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ク	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ケ	⊖ ⊕ 0 ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
コ	⊖ ⊕ 0 ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
サ	⊖ ⊕ 0 ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

問題番号	解答記号	正解	配点
(1)	ア : イ	1 : 2	1
	ウ : エ	1 : 2	1
	オ	0	1
(2)	カ	2	3
	キク ケ	20/7	2
	コ : サ	4 : 3	2

