数学 I 共通テスト対策問題【CTI-04-Q/v1.0】

目標時間：8 分

ある自然公園では，川岸のくぼみをまたぐ木道を，両端の位置を変えずに架け替えることになった．計画用の平面図に木道の長さと向きを示す必要があるが，老朽化のため，木道とその周辺には立ち入れない．そこで，木道の両端を見通せる対岸の舗装路に観測点 A，B を定め，測量を行った．
木道は幅を無視して線分とみなし，その両端をそれぞれ P，Q とする．次の測量記録の表は，測量の結果を，現地を真上から見た平面図上の距離と角度で表したものである．

測量記録

測定箇所	測定した量	測定値
観測点 A と B の間	距離 AB	60 m
観測点 A	角度	$\angle \mathrm{QAB} = 45^\circ$，$\angle \mathrm{PAQ} = 15^\circ$
観測点 B	角度	$\angle \mathrm{ABP} = 75^\circ$，$\angle \mathrm{PBQ} = 30^\circ$

4 点 A，B，P，Q の位置関係は図 2 のとおりとする．また，木道は水平に架けられているものとし，線分 PQ の長さを木道の長さとする．

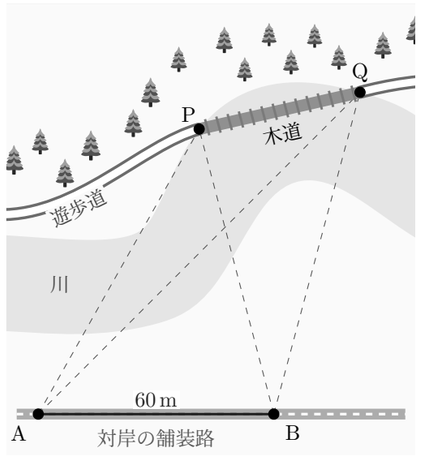


図 1　現地の概略図

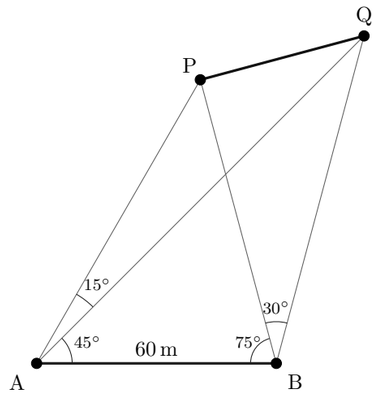


図 2　点と線分の位置関係

なお，表に示した値は正確な値として扱うが，図 1，図 2 は必ずしも縮尺どおりではない．また，根号を含む形で解答する場合は，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えよ．

(1)　図 2 の位置関係と測量記録から，

$$\angle \mathrm{PAB} = 45^\circ + 15^\circ = 60^\circ, \qquad \angle \mathrm{ABQ} = 75^\circ + 30^\circ = 105^\circ$$

である．したがって，$\angle \mathrm{APB} = 45^\circ$，$\angle \mathrm{AQB} = 30^\circ$ である．まず，平面図上で，観測点 B から木道の両端までの距離を求めると

$$\mathrm{BP} = \boxed{\text{アイ}}\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}\ (\mathrm{m}), \qquad \mathrm{BQ} = \boxed{\text{エオ}}\sqrt{\boxed{\text{カ}}}\ (\mathrm{m})$$

である．さらに，これらの値と測量記録から，木道の長さは $\mathrm{PQ} = \boxed{\text{キク}}\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}$ m となる．

(2)　平面図上の木道の向きを表すため，直線 AB と直線 PQ のなす鋭角を θ とする．まず，$\angle \mathrm{BPQ}$ を調べる．(1) で求めた三辺の長さから，

$$\angle \mathrm{BPQ} = \boxed{\text{コサ}}^\circ$$

であることがわかる．したがって，図 2 の位置関係と測量記録から，$\theta = \boxed{\text{シス}}^\circ$ である．

実施日：＿＿＿＿＿ 年 ＿＿＿ 月 ＿＿＿ 日　　＿＿＿ 年 ＿＿＿ 組 ＿＿＿ 番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

計算欄：

	解答欄
	− ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
ア	㊀ ㊁ ⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
イ	㊀ ㊁ ⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ウ	㊀ ㊁ ⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
エ	㊀ ㊁ ⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
オ	㊀ ㊁ ⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
カ	㊀ ㊁ ⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
キ	㊀ ㊁ ⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ク	㊀ ㊁ ⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ケ	㊀ ㊁ ⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
コ	㊀ ㊁ ⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
サ	㊀ ㊁ ⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
シ	㊀ ㊁ ⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ス	㊀ ㊁ ⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

Onemath

数学 I 共通テスト対策問題（解答）【CTI-04-QA/v1.0】

目標時間：8 分

ある自然公園では，川岸のくぼみをまたぐ木道を，両端の位置を変えずに架け替えることになった．計画用の平面図に木道の長さと向きを示す必要があるが，老朽化のため，木道とその周辺には立ち入れない．そこで，木道の両端を見通せる対岸の舗装路に観測点 A，B を定め，測量を行った．
木道は幅を無視して線分とみなし，その両端をそれぞれ P，Q とする．次の測量記録の表は，測量の結果を，現地を真上から見た平面図上の距離と角度で表したものである．

測量記録

測定箇所	測定した量	測定値
観測点 A と B の間	距離 AB	60 m
観測点 A	角度	$\angle \mathrm{QAB} = 45^\circ$，$\angle \mathrm{PAQ} = 15^\circ$
観測点 B	角度	$\angle \mathrm{ABP} = 75^\circ$，$\angle \mathrm{PBQ} = 30^\circ$

4 点 A，B，P，Q の位置関係は図 2 のとおりとする．また，木道は水平に架けられているものとし，線分 PQ の長さを木道の長さとする．

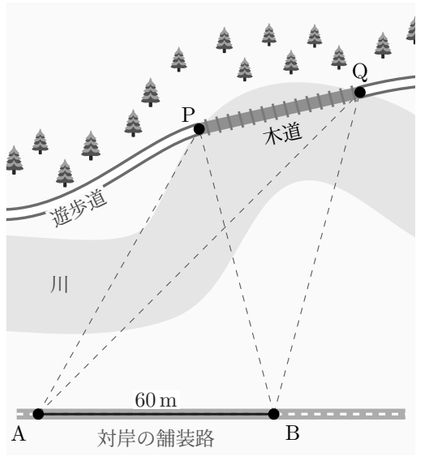


図 1　現地の概略図

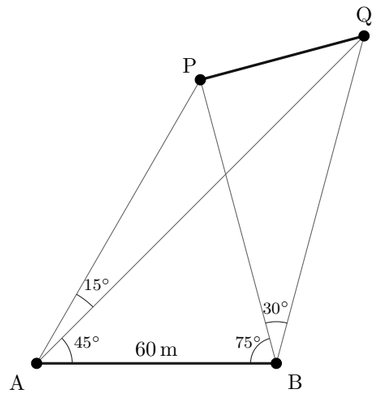


図 2　点と線分の位置関係

なお，表に示した値は正確な値として扱うが，図 1，図 2 は必ずしも縮尺どおりではない．また，根号を含む形で解答する場合は，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えよ．

(1)　図 2 の位置関係と測量記録から，

$$\angle \mathrm{PAB} = 45^\circ + 15^\circ = 60^\circ, \qquad \angle \mathrm{ABQ} = 75^\circ + 30^\circ = 105^\circ$$

である．したがって，$\angle \mathrm{APB} = 45^\circ$，$\angle \mathrm{AQB} = 30^\circ$ である．まず，平面図上で，観測点 B から木道の両端までの距離を求めると

$$\mathrm{BP} = \boxed{\text{アイ}}\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}\ (\mathrm{m}), \qquad \mathrm{BQ} = \boxed{\text{エオ}}\sqrt{\boxed{\text{カ}}}\ (\mathrm{m})$$

である．さらに，これらの値と測量記録から，木道の長さは $\mathrm{PQ} = \boxed{\text{キク}}\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}$ m となる．

(2)　平面図上の木道の向きを表すため，直線 AB と直線 PQ のなす鋭角を θ とする．まず，$\angle \mathrm{BPQ}$ を調べる．(1) で求めた三辺の長さから，

$$\angle \mathrm{BPQ} = \boxed{\text{コサ}}^\circ$$

であることがわかる．したがって，図 2 の位置関係と測量記録から，$\theta = \boxed{\text{シス}}^\circ$ である．

実施日：＿＿＿＿ 年 ＿＿＿ 月 ＿＿＿ 日　　＿＿＿ 年 ＿＿＿ 組 ＿＿＿ 番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

解答例：

(1)　図 2 の位置関係と測量記録から，

$$\angle \mathrm{PAB} = 45^\circ + 15^\circ = 60^\circ, \qquad \angle \mathrm{ABQ} = 75^\circ + 30^\circ = 105^\circ$$

である．よって，△ABP，△ABQ の内角の和から

$$\angle \mathrm{APB} = 45^\circ, \qquad \angle \mathrm{AQB} = 30^\circ$$

である．
△ABP に正弦定理を用いると，

$$\frac{\mathrm{BP}}{\sin 60^\circ} = \frac{60}{\sin 45^\circ}, \qquad \mathrm{BP} = 60 \cdot \frac{\sin 60^\circ}{\sin 45^\circ} = 30\sqrt{6}\ (\mathrm{m})$$

である．よって，30アイ，6ウ である．
△ABQ に正弦定理を用いると，

$$\frac{\mathrm{BQ}}{\sin 45^\circ} = \frac{60}{\sin 30^\circ}, \qquad \mathrm{BQ} = 60 \cdot \frac{\sin 45^\circ}{\sin 30^\circ} = 60\sqrt{2}\ (\mathrm{m})$$

である．よって，60エオ，2カ である．
$\angle \mathrm{PBQ} = 30^\circ$ であるから，△BPQ に余弦定理を用いると

$$\begin{aligned}\mathrm{PQ}^2 &= \mathrm{BP}^2 + \mathrm{BQ}^2 - 2\mathrm{BP} \cdot \mathrm{BQ}\cos 30^\circ \\ &= (30\sqrt{6})^2 + (60\sqrt{2})^2 \\ &\quad - 2 \cdot 30\sqrt{6} \cdot 60\sqrt{2}\cos 30^\circ \\ &= 1800\end{aligned}$$

となる．長さは正であるから，$\mathrm{PQ} = 30\sqrt{2}$ m である．よって，30キク，2ケ である．
(2)　$\mathrm{BP} = 30\sqrt{6}$ m，$\mathrm{BQ} = 60\sqrt{2}$ m，$\mathrm{PQ} = 30\sqrt{2}$ m であるから，

$$\begin{aligned}\mathrm{BP}^2 + \mathrm{PQ}^2 &= (30\sqrt{6})^2 + (30\sqrt{2})^2 \\ &= (60\sqrt{2})^2 = \mathrm{BQ}^2\end{aligned}$$

である．三平方の定理の逆により，$\angle \mathrm{BPQ} = 90^\circ$ である．
したがって，BP ⊥ PQ であり，90コサ である．
また，右下の図のように，点 P を通り直線 AB に平行な直線を引き，その上に点 R をとる．AB∥PR であり，$\angle \mathrm{ABP}$ と $\angle \mathrm{BPR}$ は錯角であるから，

$$\angle \mathrm{BPR} = \angle \mathrm{ABP} = 75^\circ$$

である．図より，$\angle \mathrm{BPQ} = \angle \mathrm{BPR} + \angle \mathrm{RPQ}$ である．また，PR∥AB であるから，$\theta = \angle \mathrm{RPQ}$ である．
したがって，

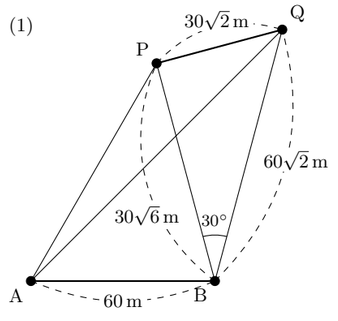
$$\theta = \angle \mathrm{BPQ} - \angle \mathrm{BPR} = 90^\circ - 75^\circ = 15^\circ$$

である．よって，15シス である．

	解答欄
	− ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
ア	⊖ ⊕ ⓪ ① ② ❸ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
イ	⊖ ⊕ ❶ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ウ	⊖ ⊕ ⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ❻ ⑦ ⑧ ⑨
エ	⊖ ⊕ ⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ❻ ⑦ ⑧ ⑨
オ	⊖ ⊕ ❶ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
カ	⊖ ⊕ ⓪ ① ❷ ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
キ	⊖ ⊕ ⓪ ① ② ❸ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ク	⊖ ⊕ ❶ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ケ	⊖ ⊕ ⓪ ① ❷ ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
コ	⊖ ⊕ ⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ❾
サ	⊖ ⊕ ❶ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
シ	⊖ ⊕ ⓪ ❶ ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ス	⊖ ⊕ ⓪ ① ② ③ ④ ❺ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

問題番号	解答記号	正解	配点
(1)	アイ，ウ	30，6	2
	エオ，カ	60，2	2
	キク，ケ	30，2	3
(2)	コサ	90	2
	シス	15	1

(1)



(2)

